

Recensioni¹

Sbaragli, S., & Demartini, S. (A cura di). (2021). *Italmatica. Lingua e strutture dei testi scolastici di matematica*. Edizioni Dedalo.²



Ho letto il poderoso volume curato da Silvia Sbaragli e Silvia Demartini, quasi 400 pagine dense di dati (l'utile bibliografia ne occupa solo 12, quindi il grosso sono senz'altro i testi), da storico della lingua appassionato alla lingua italiana della scienza e al suo insegnamento. Sapevo bene che il percorso recente della didattica della matematica è stato caratterizzato da un assiduo impegno di studiosi e studiosi che hanno saputo conciliare con intelligenza i risultati della ricerca e l'esperienza della loro applicazione in aula. Ma la didattica è fatta anche di comunicazione, e dunque di lingua, e con la lingua naturale deve per forza confrontarsi; anche se matematica e linguistica sono «considerate dal senso comune assai distanti» (p. 9), matematiche e matematici hanno saputo dialogare con linguiste e linguisti meglio di altri specialisti. I motivi, a mio modo di vedere, sono due: il comune interesse per gli aspetti pratici delle rispettive discipline e la consapevolezza che è necessario lavorare insieme sul terreno comune dell'apprendimento scolastico, un terreno che non conosce barriere disciplinari, soprattutto negli anni della scuola elementare e media.

Il volume *Italmatica. Lingua e strutture dei testi scolastici di matematica* ha tanti pregi, ed è impossibile condensarli in una breve scheda; mi limito di nuovo a indicarne due: l'attenzione con cui è stato selezionato il campione di testi sottoposti ad analisi e la concentrazione su uno specifico argomento di geometria, i poligoni. Queste scelte hanno come effetto l'alta rappresentatività dei risultati e la finezza del dettaglio (oggi si direbbe *granularità*) sia dal punto di vista qualitativo sia da quello quantitativo. Al centro della ricerca c'è il libro di testo scolastico, sottoposto a vaglio critico dalla linguistica almeno dalla fine degli anni Ottanta del secolo scorso, prima nei convegni dei Gruppi d'intervento per la scuola e l'educazione linguistica (GISCEL), poi, più di recente, anche nei convegni promossi dalla

1. Indipendentemente dal Paese in cui è stato realizzato il materiale recensito o a cui appartiene l'autore della recensione, in questa sezione della rivista, per esigenze di uniformità, useremo le seguenti denominazioni: scuola dell'infanzia (allievi dai 3 ai 5 anni), scuola elementare (allievi dai 6 ai 10 anni), scuola media (allievi dagli 11 ai 14 anni), scuola media superiore (allievi dai 15 ai 18 anni).

2. Acquistabile in versione cartacea presso la casa editrice Dedalo o scaricabile gratuitamente dal sito <http://landing.edizioni-dedalo.it/italmatica-digitale/>

sezione Scuola dell'Associazione per la storia della lingua italiana (ASLI): nel volume passano sotto la lente dei ricercatori le forme comunicative adottate nei libri per la scuola, il modo in cui sono affrontati gli aspetti matematici e didattici e la qualità della loro coerenza nel testo. Va riconosciuto alle curatrici anche il merito non piccolo di aver saputo armonizzare le voci dei tanti studiosi che hanno collaborato al progetto, provenienti dai diversi mondi della matematica, della linguistica e dell'informatica. Non solo accade, spesso, che chi parla di scuola non ha mai fatto esperienza concreta della didattica in aula, ma è vero pure che talvolta «chi idealizza il lavoro interdisciplinare è forse perché non l'ha mai provato davvero, giorno per giorno, nelle asperità di un dialogo non per forza immediato» (p. 12). In questo caso l'interdisciplinarietà si tocca con mano, e non sto usando una metafora, come proverò a mostrare.

Il progetto *Italmatica. Comprendere la matematica a scuola tra lingua comune e linguaggio specialistico* è stato finanziato per il triennio 2018-21 dal Fondo nazionale svizzero per la ricerca scientifica (con un prolungamento fino a febbraio 2022) e sostenuto dal Dipartimento formazione e apprendimento (DFA) della SUPSI (Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana). È l'esito di un lavoro di collaborazione avviato da almeno 10 anni, che ha visto un suo punto di snodo in un convegno svoltosi nel 2015 a Locarno. La parte iniziale del volume dà conto di come la ricerca si è sviluppata e articolata. Dopo un importante lavoro di preparazione teorica e di scelta degli strumenti e dei modelli di analisi lessicale (descritto alle pp. 57-65), si è allestito un corpus digitale ricavato da un campione di libri di testo scolastici di matematica; da questo campione, nel quale erano rappresentate tutte le classi del primo e del secondo ciclo scolastico, sono stati estratti – come dicevo – solo i testi dedicati al tema dei poligoni, per un insieme di circa 380'000 parole grafiche, a sua volta suddiviso in 3 subcorpora; il più ampio è tratto da testi usati in Italia (circa 355'000 parole), i due più piccoli sono tratti da testi usati nei cantoni Ticino e Grigioni (rispettivamente, circa 18'000 e circa 7'500 parole, cfr. pp. 240-41); il corpus è stato annotato in formato XML con il software UAM Corpus Tool (www.corpustool.com). Molto interessante è la descrizione del software Atlas.ti scelto per catalogare e schedare le categorie d'analisi dei testi, uno strumento progredito che simula – potenziandolo – il lavoro manuale di chi legge un testo prendendo nota dei fenomeni che gli interessano (pp. 67-70). La scelta di un argomento di geometria non è casuale, perché nel testo scientifico (come e forse più che in altri testi dotati di apparati iconografici) è stretto il legame tra testo verbale e figure; anzi, sin dalla scuola elementare l'elemento figurale (nel volume si preferisce *registro figurale*, sul modello del francese *registre* usato da Raymond Duval) è componente essenziale della didattica della geometria. Una figura ben fatta e ben armonizzata con parole e simboli può «facilitare l'interpretazione e la codifica di informazioni fornite dal testo [...] e può allo stesso tempo aiutare il processo di costruzione di un modello mentale della situazione descritta dal testo» (p. 31 e più nello specifico l'analisi svolta nel par. 5.5, alle pp. 146 ss.). Come mai capita, invece, che gli aspetti multimodali della comunicazione, tra i quali le illustrazioni hanno uno spazio prevalente, interferiscano con la comprensione piuttosto che aiutarla? Non solo, direi, perché sono sottovalutati da chi prepara le figure dei libri di testo (è importante invece dare il giusto merito ai grafici e agli illustratori come produttori di significato), ma anche perché manca, nella scuola italiana come – a quel che sembra – anche in quella svizzera, un addestramento alla lettura delle immagini che è invece essenziale perché chi legge sappia farle interagire attivamente e proficuamente con i testi verbali. Il rapporto tra figura e messaggio verbale dev'essere integrativo e complementare, come già aveva compreso bene Leonardo da Vinci nei suoi studi e disegni di anatomia più che negli eleganti poliedri regolari disegnati per il trattato di matematica di Luca Pacioli. Dunque, l'illustrazione va ben progettata e l'occhio degli studenti va addestrato a interpretarla correttamente.

La non semplice annotazione linguistica dei testi, che permette di calcolare quanti sostantivi, quanti aggettivi, quanti verbi ecc. compaiono complessivamente nel corpus e singolarmente nelle sue parti, comprende anche l'etichettatura dei *macroatti*. Un macroatto è un movimento testuale fatto di più enunciati che formano un insieme unitario; in genere corrisponde a un capoverso, e nei testi scolastici

può essere una porzione di testo individuata con espedienti grafici, come riquadri incorniciati da linee o evidenziati da fondini colorati (cfr. par. 4.3.1 e in particolare pp. 58 e 72). Le etichette di annotazione rispecchiano le principali funzioni svolte dall'atto linguistico: dichiarativa, logico-argomentativa, narrativa, direttiva, ben spiegate, con chiara esemplificazione, nel cap. 5 del volume.

Spicca per il suo interesse l'etichetta "relazione con figura", applicata ogni volta che una parte linguistica richiamasse contenuti collegati a una figura. Le relazioni tra parti linguistiche del testo e figure sono esaminate nel dettaglio nel par. 5.5 (pp. 146 e ss.). Grazie all'etichettatura è stato possibile quantificare il numero di tali relazioni e confrontarlo con il numero di macroatti e verificare per il corpus italiano una media di ben 192 relazioni tra formulazioni linguistiche e figure per ogni macroatto (questo rapporto cala molto nel *subcorpus* ticinese: 120 per macroatto, ma è più alto nel più piccolo *subcorpus* grigionese: 198 cfr. p. 146). Un dato rilevante è che l'uso di figure aumenta nelle prime due classi della scuola media: in un campione ridotto di 6 libri di testo per ciascun anno dalla II classe della scuola elementare alla II della scuola media sono state individuate 457 relazioni. I risultati (pp. 147-148) sono che nei libri per la scuola elementare le figure sono prevalentemente in relazione con movimenti testuali di tipo dichiarativo, e solo in pochi casi di tipo logico-argomentativo, mentre dalla I classe della scuola media aumenta il movimento logico-argomentativo in particolare legato all'immaginare (unico movimento testuale in cui sono presenti relazioni con figure). Particolarmente notevole un dato analizzato a p. 149 e ss.: nella stragrande maggioranza dei casi (89,72%) le figure sono certamente utili per visualizzare i concetti matematici, ma non sono strettamente necessarie per la completezza informativa del testo, cioè non forniscono informazioni aggiuntive alla parte linguistica. Tuttavia (pp. 150-151) nel 53,84% dei casi le relazioni tra parti linguistiche e figure favoriscono le conversioni, cioè la complementarità informativa. È possibile catalogare gli estratti di testo che favoriscono le conversioni, in tutto 246, in base al tipo di enunciato: definizione, denominazione, proposizione (es. «due triangoli sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso», cfr. p. 97) più gli enunciati di tipo procedurale, che cioè descrivono una sequenza di azioni. Questi i risultati:

definizione: 24,80% denominazione: 40,24% proposizione: 32,52% procedurale: 2,44%.

Dunque, quasi 2/3 degli enunciati che entrano in rapporto con le figure servono a definire e a denominare, mentre poco più di 1/3 ha valore logico o procedurale. Provo a dare un'interpretazione di queste percentuali: la conversione, ridondanza o più semplice cooperazione tra parola e immagine, è sfruttata soprattutto per definire i concetti e i loro nomi, molto meno per aiutare la comprensione globale del testo; ma è proprio questa comprensione globale che è soprattutto necessaria. Scolari e scolare, ma anche studenti e studentesse tendono a una lettura selettiva, locale, dei testi; una tendenza accentuata dall'uso delle tecnologie digitali. Sarebbe dunque auspicabile aumentare l'uso della ridondanza informativa tra testo e immagine per educare al ragionamento logico e procedurale. Se le figure contano, le parole, d'altra parte, orientano la costruzione del pensiero, e dunque anche i testi verbali meritano cura particolare. Devono rispettare coerenza e coesione e devono essere adeguati alle conoscenze linguistiche dei lettori. Sotto questo aspetto la collaborazione con chi insegna lingua italiana è essenziale, e bisogna sempre tener presente che senza una buona padronanza linguistica della lingua non mai è possibile costruire nessun solido sapere specialistico (p. 33). Attenzione, dunque, ma ci tornerò tra poco, a una corretta valutazione delle lingue da usare in rapporto alla classe e agli studenti che ne fanno parte; e attenzione anche, se non soprattutto, alla sinergia tra i codici, che non esclude l'aiuto di altri sensi, come il tatto e i movimenti del corpo nella manipolazione di oggetti e modelli di oggetti geometrici.

Il volume sottolinea l'importanza dell'apprendimento del lessico specifico della matematica e della geometria (*bisecare*, *monomio*, *cateto* ecc.) e di quelli che le curatrici chiamano *termini parole*, cioè le molte parole d'uso comune che hanno nel lessico matematico un significato specifico (*contorno*,

figura, punto ecc.); ma misura e tiene sotto controllo (cfr. par. 2.1, pp. 15 e ss.) anche la ricorsività di regole morfologiche e sintattiche, dovuta vuoi a ragioni di economia e di sintesi (per es. le nominalizzazioni, testimoniate dal netto prevalere di sostantivi tra le categorie lessicali presenti nei testi, cfr. p. 241, le costruzioni impersonali con cancellazione dell'agente, usi particolari di tempi e modi del verbo), vuoi al riprodursi di prassi consolidate, quelle che generano il cosiddetto *matematicese* (p. 36). Dall'analisi del corpus risulta che il discorso, già molto specialistico all'avvio della scuola elementare, «si "tecnicizza" e si specializza completamente al crescere della scolarità» (p. 251). Il libro di testo deve accompagnare i lettori in questa progressiva specializzazione, guidarli e sostenerli, altrimenti rischia di alzare ostacoli via via più alti e difficili da superare.

Oltre ai poligoni, alle loro definizioni e rappresentazioni figurali, e al corredo di strumenti simbolici utile a "parlare" di queste entità geometriche e a indicarle nel testo, c'è un altro attore che entra spesso in scena nelle pagine del libro: il problema di matematica. Che la comprensione dell'enunciato di un problema fosse ostacolata dalla sua espressione linguistica era noto da tempo (ricordo un'analisi di Silvana Ferreri, risalente al 1988): gli studi e le esperienze recenti su questo argomento hanno avvalorato questo dato. La recente prassi didattica orientata allo sviluppo delle competenze e delle capacità metacognitive focalizza spesso l'attenzione sull'attualizzazione pratica del problema, e così sembra che nel didattichese (o scolastichese) italiano degli ultimi anni la stessa parola *problema* è addirittura stata sostituita da "situazione problematica", versione un po' discutibile del discutibilissimo *problem solving*. In parte questa chiamata alla concretezza è senz'altro opportuna; ma può essere fuorviante, come qualsiasi modello didattico, se è troppo enfatizzata a danno dello sviluppo graduale delle capacità di astrazione.

C'è infine un'altra difficoltà che si aggiunge a quelle che ho già ricordato: già da qualche anno circa il 10% degli scolari e degli studenti in Italia proviene da famiglie non italiane. Per chi, pur nato in Italia e perfettamente capace di parlare italiano, non ha in casa genitori italiani e nell'ambiente familiare è abituato a parlare lingue diverse, anche molto diverse, dall'italiano, il lavoro sui libri di testo è oggettivamente più difficile. Come ha mostrato Matteo Viale, docente di linguistica italiana all'Università di Bologna e da tempo impegnato in progetti di didattica della matematica, soprattutto negli anni cruciali della scuola media la formulazione di alcuni problemi produce un gap di risposte tra studenti italiani e stranieri che può arrivare al 13%. Questo anche perché nei libri di testo aumenta la percentuale di termini che si riferiscono a concetti astratti e di frasi costruite con verbi di modo indefinito (infiniti, participi, gerundi), come hanno mostrato alcune recenti ricerche di Michele Cortelazzo, docente di linguistica italiana a Padova e tra i massimi esperti italiani di linguaggi specialistici.

Non molti anni fa, un quattordicenne bengalese residente da 6 anni a Palermo, in grado di parlare l'italiano e altre tre lingue oltre a quella materna, ha risposto così a una domanda sulla sua esperienza scolastica (si faccia attenzione alla padronanza che dimostra nel gioco di parole con l'espressione idiomatica *essere un libro aperto*):

Domanda: Hai difficoltà nel comprendere il tipo di italiano che trovi nei libri di testo?

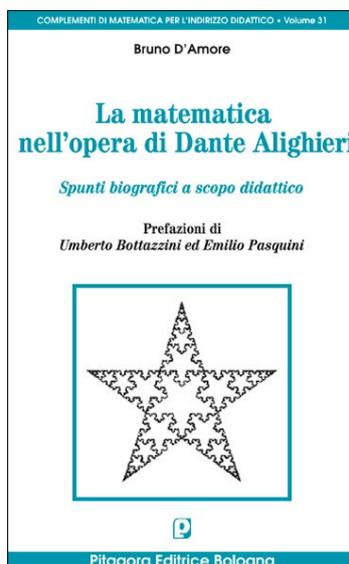
Risposta: [ride] Il libro di matematica è "un libro chiuso"! Cose semplici sono più complicate.

Italmatica. Lingua e strutture dei testi scolastici di matematica non si occupa della didattica nelle classi con studenti di origine non italiana, né delle classi in cui ci sono studenti con abilità differenziate. Ma è un volume che tutti gli insegnanti dovrebbero leggere perché spiega in modo eccellente, con grande chiarezza e rigore, cosa deve fare e cosa non deve fare un libro di testo di matematica per "funzionare" bene in qualsiasi tipo di classe.

Riccardo Gualdo

Università degli studi della Tuscia, Italia

D'Amore, B. (2020). *La matematica nell'opera di Dante Alighieri. Spunti biografici a scopo didattico*. Pitagora.



È da tenere presente che tra le diverse iniziative per celebrare i settecento anni della morte di Dante una certa attenzione da un po' di tempo si sta dando alla sua visione della scienza, tematica quasi del tutto assente nella critica letteraria di impronta crociana. Ma per capire meglio il ruolo che ha avuto nel percorso dantesco occorre prendere in considerazione il fatto che il tema dei rapporti fra arte e matematica, soprattutto, è diventato strategico nel corso del Novecento, già a partire con l'arte astratta inspiegabile se non si tiene presente la visione del mondo introdotta dalle geometrie non euclidee e dalla teoria degli insiemi di Cantor che, ben metabolizzate a livello artistico, hanno permesso di rinnovare *ab imis* linguaggi e stili. In seguito, nella seconda metà del secolo, la geometria dei frattali e poi la matematica delle tassellature, prima con Roger Penrose ed ultimamente con Robert Fathaver nel suo importante lavoro del 2020 *Tessellations: Mathematics, Art and Recreation*, hanno riproposto con forza il tema dell'unità della cultura, il superamento del dilemma delle due culture, quella umanistica e quella scientifica, artificiosa divisione che solo in Italia, pur essendo stata la culla dell'Umanesimo e del Rinascimento dove scienza e arte erano strettamente connesse, ha raggiunto livelli a dir poco nefasti con conseguenze culturali e istituzionali ancora presenti e non facilmente superabili.

Non è un caso che il matematico Godfrey H. Hardy (1877-1947), sulla scia di Leonardo, abbia parlato di "estetica matematica" col scrivere che «il matematico, come il pittore o il poeta, è un creatore di forme» e di simmetrie analoghe a quelle create in campo poetico e artistico, come anche lo stesso scrittore francese Paul Valéry aveva evidenziato nel suo continuo abbeverarsi alle stesse fonti, quelle di Leonardo e della matematica del suo tempo; se le forme in campo artistico si servono di parole, schizzi, pezzi e suoni, in campo matematico danno origine ad idee ma tutte trovano nelle rugosità del reale e nell'esperienza del mondo il loro continuo nutrimento che poi costituiscono il plafond dell'unità della cultura che nessun sano pensiero filosofico può disconoscere. Alla luce di tali acquisizioni che hanno trovato una giusta collocazione anche in alcuni settori non marginali della stessa critica letteraria, non è un caso che, già nel 1995, uscì uno dei primi significativi lavori orientati in tal senso su *Dante e la scienza*, a cura di P. Boyle e V. Russo, dove i vari contributi erano indirizzati a cogliere il ruolo e la funzione del mondo della scienza del suo tempo sino a parlare di "epistemologia di Dante", se per epistemologia si vuole però intendere l'immagine della scienza in generale e così come essa si

presentava nel variegato universo medievale. Dopo l'importante evento internazionale tenutosi nel 2015 a Friburgo con la pubblicazione dei relativi atti su *Dante e la critica letteraria. Una riflessione epistemologica* (a cura di T. Kleinkeit e A. Malzacher), è da tenere presente il più recente Focus dell'Ufficio Stampa del CNR, *Almanacco della Scienza. 1321-2021 Dante 700* (n. 22, dicembre 2020), dove diversi studiosi e scienziati si sono confrontati col mondo di Dante e la sua visione religiosa, politica e scientifica con illustrare finalità e modi di intendere la scienza cosmologica del suo tempo.

Questi studi nel loro complesso chiariscono meglio e ancora una volta che l'interesse di Dante per la scienza era funzionale alla sua concezione poetico-religiosa finalizzata a dare risalto alla divinità come fonte della creazione dove l'uomo «dee traere a le divine cose quanto può»; nello stesso tempo sottolineano il fatto che il poeta fiorentino era ben documentato sui dibattiti filosofico-scientifici del suo tempo sino a farsi quasi loro portavoce e ad interrogarli nelle diverse pieghe col fare del pensiero aristotelico e della visione tolemaica del mondo una vera propria Weltanschauung chiaramente in senso poetico alla pari di quella di impronta teoretica presente nella *Summa Theologiae* dell'Aquinate.

In tale contesto viene ad inserirsi, ma con una particolare attenzione verso le conoscenze matematiche possedute da Dante e con un approccio diverso, il recente lavoro del matematico e storico delle matematiche Bruno D'Amore, *La matematica nell'opera di Dante* (con prefazioni di Umberto Bottazzini ed Emilio Pasquini, Bologna, Pitagora Ed. 2020); già in diversi studi sulla *Divina Commedia*, come quello apparso nel volume del 1995 e di altri successivi, D'Amore ha spiegato la profonda simmetria di origine matematica che ne regge l'intero impianto dalle strutture geometriche dell'*Inferno* al complesso intreccio delle sfere, l'una dentro l'altra, del *Paradiso*. Tutto questo lungo e non comune percorso di continuo e contemporaneo abbeveramento alle fonti della matematica e dell'arte lo ha portato ultimamente a scrivere *Arte e Matematica* del 2015, lavoro dove si analizzano le metafore, le analogie e le identità "tra i due mondi".

Impegnato per diverso tempo anche nel difficile ambito della didattica delle matematiche che gli ha permesso di sviscerarne meglio sul terreno storico-epistemologico le complesse concettualizzazioni che le hanno caratterizzate, D'Amore ci offre un lucido esempio di concreto superamento delle due culture nel senso che in quest'ultimo testo innanzitutto, per capire l'universo poetico ed esistenziale di Dante, si fa suo "contemporaneo", come ha fatto Hélène Metzger negli anni '20 di questo secolo nei confronti di alcuni scienziati come Newton e Lavoisier, per entrare nel vivo delle questioni e dello spirito del tempo che visti alle luce del presente possono sembrare stravaganti e tipiche di un mondo prescientifico; ma soprattutto si fa narratore, quasi fedele compagno di viaggio di Dante e di Guido Cavalcanti nelle diverse città da Siena a Ravenna, li segue nelle taverne e negli accesi dibattiti avuti, nelle "dispute aperte" in campo filosofico, nei diversi incontri con personaggi e figure come ad esempio Lauretta che gli ha permesso di avere delle preziose idee per affrontare il grosso problema della quadratura del cerchio quando stava per portare a termine la terza cantica. Seguono con uno stile non letterario le due appendici finali che affrontano la presenza dei matematici contemporanei di Dante da Paolo dell'Abbaco e Pietro Ispano, le cui opere erano ben conosciute come quella sull'ottica che avranno un ruolo non secondario nella visione della luce nel *Paradiso*, a Guido Bonatto, Michele Scotto e Roberto Grossatesta e quella degli antichi da Pitagora, Euclide e Isidoro di Siviglia, e tematiche attinenti l'aritmetica e la probabilità, la logica formale e la geometria, l'incontro a volte non sulla stessa linea con le idee di Aristotele.

D'Amore, pertanto, ci offre uno spaccato poetico-scientifico non comune del mondo di Dante e nel farsi narratore dei suoi interessi e aspirazioni ne sviscera le diverse articolazioni, operazione che permette una particolare esegesi di alcuni passi della *Commedia* in quanto lo scopo del lavoro, pur con uno stile letterario, è quello di chiarire i problemi scientifici legati al testo dalla "magia della scrittura posizionale dei numeri" grazie all'incontro con le lezioni di Paolo dell'Abbaco a quella delle leggi dell'ottica di Ispano, dalla logica modale studiata da ragazzo a quella dell'infinità dei numeri oggetto di "dispute aperte" a Firenze dai "giovani aspiranti filosofi" nelle loro continue sfide davanti alle chiese; non a caso le pagine dedicate alla questione dell'infinito, croce e delizia secolari di poeti

e matematici, sono quelle più pregnanti anche perché tale tema è stato affrontato nel *Convivio* dove si afferma che «l' numero quant'è in sé considerato, è infinito, e questo non potremo mai intendere». D'Amore, nel sottolineare che solo a fine Ottocento G. Cantor ci "regalò l'infinito attuale" e la capacità di renderlo più abbordabile "all'occhio dell'intelletto", si sofferma sul ruolo nella *Commedia* degli "angeli, tanti ma tanti angeli, angeli non infiniti ma certo di numero superiore a qualsiasi estro umano"; così pure ci aiuta a capire meglio il senso del dialogo con Lauretta e la soluzione poetica che Dante apporta al problema della stessa quadratura del cerchio nel XXXIII canto del *Paradiso* con l'espressione «Qual è il geometra che tutto s'affige, per misurar lo cerchio, e non lo trova, pensando, quel principio ond'elli...».

Così i diversi episodi che hanno come oggetto "angoli", "triangoli", "piramide", "la taverna", "gli asini che volano", "la tabellina", "Pitagora e l'armonia" prendono in esame con piglio narrativo i dubbi, le difficoltà e le capacità di Dante di metabolizzare in senso poetico questioni secolari oggetto di discussione da parte dei matematici occidentali e anche il suo modo di capire e di riconoscere i contributi apportati da altri popoli come "le figure degli Indi" ed il modo con cui gli "infedeli", gli arabi, siano arrivati a scrivere i numeri; questo ricco ventaglio di conoscenze del mondo delle matematiche e la capacità di farle dialogare in maniera armonica da una parte colle dinamiche del mondo poetico e dall'altra con le verità della fede da parte di Dante offre l'occasione a D'Amore di mettere in atto a sua volta un gioco della finzione non comune col raggiungere, come dice Umberto Bottazzini nella prefazione, un "felice equilibrio tra realtà storica ed immaginazione". In tal modo si rende il poeta fiorentino un fine interprete di quell'anima cosmopolitica di cui era portatore un certo Medioevo, dove culture diverse pur scontrandosi contribuivano a potenziare il patrimonio conoscitivo dell'umanità.

Questo modo particolare di ricordare Dante, di viverlo e soprattutto di attraversarlo da parte di Bruno D'Amore ce lo fa sentire più nostro, ce lo rende compagno di viaggio, un navigatore che ci avverte che le stesse acque della conoscenza non sono lineari ma frutto del continuo scontrarsi con le onde del reale, dove i problemi scientifici sono veri e propri problemi umani con tutto il loro corredo esistenziale e non avulsi dalla vita quotidiana; in tal modo le stesse inquietudini e titubanze di Dante di fronte ai misteri della vita le sentiamo nostre e la *Divina Commedia*, come ogni espressione artistica e scientifica, può essere vista come un continuo e sofferto prendere atto delle nostre miserie e fragilità, dei nostri limiti e nello stesso tempo della necessità di fare tentativi per uscirne pur sapendo razionalmente il più delle volte di rimanere sconfitti. Bruno D'Amore nell'entrare in comunione con Dante e le sue traversie, cioè le nostre, ci offre pertanto un percorso poetico-scientifico ed insieme ermeneutico dove ragioni della vita e ragioni dell'arte-scienza non sono scisse, ma si incontrano coll'arricchirsi reciprocamente di ulteriori significati anche per l'uomo del XXI secolo, assetato soprattutto di testimonianze di vita coerente tra pensiero ed azione come indicava Simone Weil, figura quest'ultima che potrebbe essere il novello Virgilio per chi voglia avventurarsi nei meandri dell'esistenza e costruire quella che chiamava "architettura dell'anima".

Mario Castellana

Dipartimento di storia, società e studi sull'uomo
Università del Salento, Italia

Fandiño Pinilla, M. I. (2021). *Le frazioni. Matematica, storia e didattica*. Pitagora.



Quando ho detto a un mio amico, non matematico ma intelligente, che stavo leggendo un libro sulle frazioni, le sue folte sopracciglia si sono alzate in modo eloquente. La domanda inespressa era “Un intero libro sulle frazioni? C’è tanto da dire?”. Bene, se avete lo stesso dubbio vi consiglio di buttare subito un’occhiata al capitolo 5, dove Martha Fandiño Pinilla smonta ed esamina metodicamente ogni possibile concezione intuitiva di frazione: se vi sembrava che fosse un concetto tanto semplice e che fossero scemi i vostri allievi con i loro errori, adesso avete perso qualche ingannevole certezza. Ora che siete corsi alla cassa e vi siete accaparrati questo gioiellino, potete ripartire dall’inizio. Le tre prefazioni vi confortano sul vostro acquisto, poi l’autrice saggiamente pone le basi strettamente matematiche per la costruzione degli insiemi numerici pertinenti. Martha predispone un percorso semplificato per chi non ha una laurea in matematica; sono convinto, però, che anche lettrici e lettori prudenti torneranno sui passi saltati in prima lettura: sono scritti in modo assai chiaro e dicono molto senza farlo pesare. Trovo opportuna la scelta di assegnare ai razionali non negativi il ruolo di protagonisti. Lo sfuggente concetto di “parti uguali” in cui dividere un’altrettanta sfuggente unità viene attentamente considerato qui e per tutta l’opera. I cenni letterari e le osservazioni sulla notazione usata in altri paesi danno un respiro piacevole a questo capitolo formale.

Il secondo capitolo è un’approfondita (32 pagine!) analisi storica del concetto di frazione, ben contestualizzato e ad ampio raggio geografico; è un capitolo interessante per chi legge, ma lo sarà anche, a cascata, per gli allievi: il contesto storico, la faticosa evoluzione di un concetto lo rendono umano, affrontabile.

Terzo e quarto capitolo sono dedicati alle frazioni in ambito didattico e alle ricerche pertinenti; qui l’autrice si preoccupa di chi non ha dimestichezza con la didattica come disciplina scientifica: ogni termine tecnico è segnalato con un asterisco, confortandoci se non ne abbiamo un immediato riscontro intuitivo e rimandandoci ai testi opportuni o al Capitolo 7. Per me (didatta sì, ma ruspante) sono i capitoli più ostici, però ci sono tutti i riferimenti bibliografici che possano soddisfare curiosità e necessità di maggiore comprensione.

Ho già accennato al quinto capitolo *Vari modi di intendere il concetto di “frazione”*, che trovo sorprendente e magnifico: Martha elenca 12 punti di vista comuni e due più tecnici. Qui nasce anche una prima analisi degli errori frequenti, trattati come preziose fonti d’informazione invece che storture mentali o frutto di pigra indifferenza.

Il Capitolo 6 chiarisce il significato di noetica e semiotica. Se avevo una certa idea del secondo termine, il primo mi era estraneo; e questo è paradossale, visto che ho dedicato decenni della mia vita proprio alla noetica, cioè all'apprendimento di concetti da parte mia e soprattutto dei miei studenti. L'autrice ci mette davanti a una realtà scomoda: gli oggetti della matematica non esistono nella realtà; si possono appoggiare anche ampiamente a situazioni reali, ma sono eminentemente astratti. Al di là di motivazioni ed esempi concreti, giunti al dunque dobbiamo presentare ai discenti dei simboli e loro manipolazioni che speriamo convogliano un concetto. L'acquisizione di quelle rappresentazioni semiotiche garantisce il passaggio alla noetica, l'acquisizione del concetto o costituisce solo una elaborata illusione per noi e per loro? Le frazioni si prestano a fornire degli esempi lampanti di questo problema. Nota personale: qui finalmente mi è risultato chiaro cosa sono i "registri semiotici".

Nel settimo capitolo arriviamo al cuore del problema: gli errori; convergono qui le considerazioni e le analisi dei capitoli precedenti. Prima vengono esaminate le caratteristiche oggettive degli errori frequenti, ma poi si passa dall'osservazione alla costruzione di modelli, alla ricerca di spiegazioni. Si chiama metodo scientifico. Finalmente ho capito in cosa consiste il malefico "contratto didattico", cosa sono i "modelli parassiti". Come dopo tutte le spiegazioni azzeccate, viene da dire: è logico, naturale, come mai non c'ho pensato prima? Risposta: occorre che ci pensassero scientificamente degli esperti. Un utile ultimo capitolo tira le somme e azzarda, con prudenza e modestia, qualche suggerimento.

Ho imparato molto da questo libro. Dovrebbero leggerlo quelle "menti eccelse" che nei corridoi ridacchiano delle risposte assurde e contraddittorie dei loro allievi; non si accorgono, poveretti, che i malcapitati studenti hanno offerto loro delle strabilianti finestre su quei concetti che gli eccelsi credono di conoscere così bene. Martha Isabel Fandiño Pinilla ha confezionato uno studio accurato in ogni dettaglio, basato su un'ampia esperienza sul campo (sua e di altri), con 12 fitte pagine di bibliografia, con spunti di approfondimento matematico, psicologico, pedagogico. Va bene, è quello che ci si aspetta da un professionista! Ma c'è una qualità che va al di là delle aspettative, una qualità sempre più importante e sempre più rara: il rispetto.

Martha mostra un enorme rispetto per tutti: per il lettore in generale, per gli studenti soprattutto quando sbagliano, per la faticosa conquista, nei secoli, della conoscenza; importantissimo: per gli errori degli stessi docenti! Ha rispetto per il maestro che può avere difficoltà con strutture, passaggi a quoziente ecc.; ha rispetto per chi insegna (magari da decenni, come me!) ma non si era mai curato di imparare a farlo scientificamente. Ha rispetto per il bambino che non conteggia l'area di quello stretto pezzo di prato, perché la mucca di cui parla l'esercizio non ci può passare; anzi, ritiene questa un'osservazione fruttifera per il rapporto fra modello concreto e astrazione. Questo bellissimo passo è, per me, quello che meglio rappresenta il rispettoso rapporto dell'autrice con la matematica e con noi. Grazie, Martha!

Massimo Ferri

Dipartimento di Matematica
Università di Bologna, Italia

Ferrari, P. L. (2021). *Educazione matematica, lingua, linguaggi. Costruire, condividere e comunicare matematica in classe*. UTET Università.



Pier Luigi Ferrari è un matematico e ricercatore in didattica della matematica, famoso per aver condotto buona parte della sua ricerca attorno ai possibili rapporti fra lingua, linguaggi e apprendimento della matematica.

Questa sua ultima fatica editoriale raccoglie spunti e riflessioni che provengono da decenni di esperienze di insegnamento universitario e di ricerca condotta sempre a fianco di insegnanti di ogni ordine scolastico. Il volume è suddiviso in tre parti. La prima affronta il delicato tema del rapporto tra lingua e matematica da diversi punti di vista: la quantità di approcci possibili viene presentata in modo da fornire al lettore alcune coordinate indispensabili per orientarsi all'interno di un panorama complesso. In particolare, molto interessanti sono le riflessioni sull'idea di competenza linguistica e la presentazione dettagliata dell'approccio funzionalista di M. A. K. Halliday, i cui strumenti si rilevano indispensabili per riuscire a entrare nell'ottica dell'autore del volume. La seconda parte è interamente dedicata al linguaggio della matematica, intendendo con questa espressione «un sistema multimodale (che include testi verbali, espressioni simboliche e rappresentazioni figurali) e multivariato (che include un ampio spettro di registri)» (p. 53). In questa sezione vengono affrontati elementi tipici della matematica come le notazioni simboliche, il gergo matematico, le rappresentazioni figurali, inserendoli all'interno di aree tipicamente linguistiche quali il lessico, le metafore, la nominalizzazione e la coesione. Infine, la terza parte è quella più squisitamente didattica: si affronta l'ampio tema della mediazione semiotica, e si presentano da un lato una panoramica delle difficoltà linguistiche associate all'apprendimento della matematica, dall'altro il tema delle classi multilingue. L'ultimo capitolo di questa parte presenta utilissime e profonde idee per la didattica, tutte focalizzate sull'attenzione nell'educazione matematica verso gli aspetti linguistici.

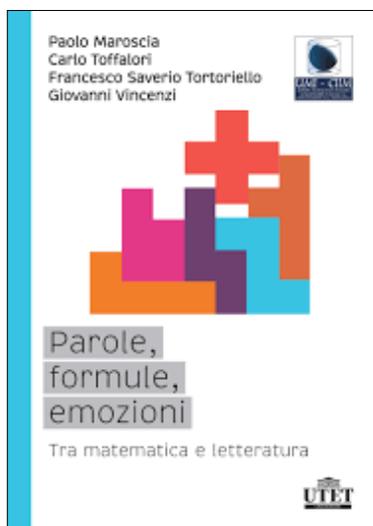
Tutto il volume è costantemente percorso da esempi tratti da situazioni d'aula, debitamente commentati in funzione dei temi di volta in volta trattati.

Si tratta di un libro molto utile, sia per gli insegnanti sia per i ricercatori che volessero avere una panoramica chiara e allo stesso tempo ricca di riferimenti dalla letteratura di ricerca sul tema, spunti di riflessione su cui impostare esperienze didattiche o ricerche, o anche solo iniziare a guardare il mondo dell'apprendimento linguistico e matematico con un sempre più necessario approccio interdisciplinare.

Michele Canducci

Liceo Scientifico "A. Einstein" di Rimini, Italia

Maroscia, P., Toffalori, C., Tortoriello, F. S., & Vincenzi, G. (2018). *Parole, formule, emozioni. Tra matematica e letteratura*. UTET Università.



Dovrebbe essere ormai noto ed evidente a chiunque che tra matematica e letteratura, così come tra scienza e arte più in generale, esistono numerosi punti di contatto. A sostegno di questa tesi si portano spesso i molti esempi di scrittori con alle spalle una formazione matematica e di romanzi o racconti che fanno uso – in modo più o meno evidente, a livello tematico o strutturale – di concetti presi in prestito dalla matematica. Tali dimostrazioni, per quanto significative, sembrano tuttavia insufficienti a confutare del tutto la credenza nella separazione delle cosiddette due culture, quella scientifica e quella umanistica, che continuano a essere viste talvolta come entità autonome e impermeabili a qualunque influenza reciproca. Del resto, anche il fatto che qualcuno cerchi ancora di affermare che una persona possa essere più o meno adatta allo studio di una certa disciplina a seconda del proprio genere, sebbene si inserisca in un discorso più complesso e che va oltre i temi qui trattati, è espressione – tra le altre cose – della volontà di alzare barriere tra le diverse forme del sapere, occultando le molteplici interconnessioni. Ben venga, dunque, qualsiasi nuovo tentativo di portare alla luce queste connessioni, non limitandosi ad arricchire e commentare l'elenco dei matematici scrittori o dei pezzi di matematica presenti in testi letterari cui si accennava prima, ma osservando in profondità e da diversi punti di vista questi mondi e i loro protagonisti, fino a scoprirne le radici, i metodi e gli obiettivi comuni.

Tentativo – riuscito – che è alla base di questo libro, come già del precedente *Matematica e letteratura. Analogie e convergenze* (2016), degli stessi autori; entrambi i testi appartengono alla collana *Nuove convergenze* curata dal Comitato Scientifico UMI-CIIM (Unione Matematica Italiana-Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica).

Attraverso una raccolta di brevi saggi, i cui autori provengono da esperienze disparate e trattano quindi aspetti diversi del ricco tema generale e con differenti stili (sono in prevalenza matematici, impegnati in vari settori della disciplina, ma non mancano rappresentanti dell'ambito letterario), emerge chiaramente che matematica e letteratura sono sì due modi distinti di esplorare e cercare di capire il mondo e la realtà, ma non agiscono come «componenti "complementari" della cultura, [...] ciascuna per suo conto, quindi sostanzialmente disgiunte o comunque prive di legami radicati»; bensì, esse «sono intrinsecamente connesse» e «rappresentano [...] quel valore comune che si chiama "cultura"», come si legge nell'introduzione. La stessa introduzione si apre con una citazione di Voltaire, in cui il filosofo afferma che «Archimede era dotato di tanta immaginazione almeno quanto Omero», ed è forse proprio l'immaginazione il principale tratto comune che fa da filo conduttore alla scoperta

di questo prolifico legame, la materia prima condivisa i cui frutti vengono raccolti e poi espressi dalla matematica e dalla letteratura attraverso strumenti di comunicazione diversi, rappresentati dalle formule per la prima e dalle parole per la seconda, ma ottenendo lo stesso effetto di suscitare emozioni, da cui il sottotitolo del libro.

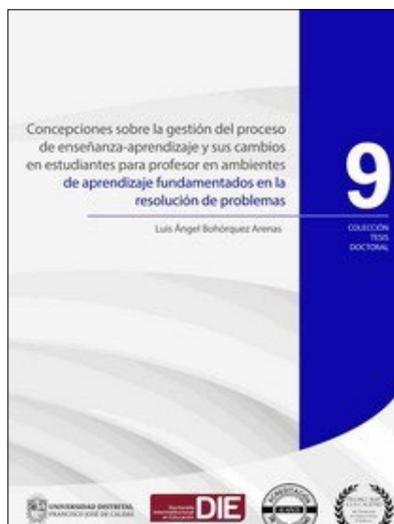
Si tratta di una lettura utile e certamente stimolante anche per chi sia già fermamente convinto della verità di quanto sin qui affermato. Così come spesso non è inutile osservare o elaborare per un teorema già noto nuove dimostrazioni, che possono offrire uno sguardo diverso sull'argomento illuminando aspetti rimasti precedentemente nascosti, oppure semplicemente per apprezzarne la bellezza e l'eleganza, allo stesso modo attraverso i capitoli di questo libro si scoprono altrettante sfaccettature del rapporto tra matematica e letteratura, visto da angolature che sono tutte necessarie (poiché non sovrapponibili tra di loro o ad altro che sia già stato detto o scritto) ma nel complesso forse ancora non sufficienti ad averne una visione totale: resterà sempre dello spazio per continuare a esplorare. La prova più evidente di questa inesauribilità del tema è la presenza di un capitolo ispirato al famoso racconto *La biblioteca di Babele* di Jorge Luis Borges, su cui è già stato detto molto, ma che probabilmente non finirà mai di offrire spunti per discussioni e interpretazioni matematiche. Vi sono poi numerosi ritratti di personaggi che hanno attraversato i due mondi con modalità estremamente variegata: si parla ad esempio di Sant'Agostino, con il quale la trattazione si allarga al tentativo di conciliare la fede con una conoscenza matematica davvero notevole per la sua epoca, e di Dante, andando ben oltre la nota simbologia dei numeri riguardanti la struttura della Divina Commedia e i celebri versi del Paradiso sulla quadratura del cerchio; particolarmente interessante è poi il capitolo su Galileo Galilei, in cui non viene affermato tanto l'indubbio valore della sua scrittura, ma piuttosto si spiegano le ragioni pratiche per le quali fosse utile allo scienziato dare una forma letteraria ai suoi studi. Infine, per gli insegnanti o chiunque sia interessato agli aspetti prettamente didattici, è presente in chiusura una chicca sugli aspetti linguistici più critici nell'apprendimento della matematica, con alcuni spunti per lavorarci.

Alla luce di ciò, «perché non sperare, anzi "immaginare", che i nuovi orizzonti della didattica, allontanandosi dall'esposizione separata e settaria di tanti singoli "saperi", sappiano sempre meglio evidenziarne l'intrinseca unità e la comune bellezza?», si chiedono gli autori. Questo libro mostra che è possibile farlo, l'auspicio è che nelle scuole tutto questo sia, oltre che immaginato, sempre più anche realizzato.

Dario Raffaele

Dipartimento formazione e apprendimento
SUPSI di Locarno, Svizzera

Bohórquez Arenas, L. Á. (2020). *Concepciones sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje y sus cambios en estudiantes para profesor en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas*. DIE Universidad Distrital Francisco José de Caldas.³



La formazione degli insegnanti di matematica è sempre stato un problema teorico e istituzionale, dibattuto sia a livello accademico, sia ministeriale. Le persone riconosciute per vari motivi come esperti venivano chiamati dai responsabili istituzionali (per esempio politici) di questi temi a dare pareri. Si è cominciato banalmente con il pretendere una formazione professionale idonea dal punto di vista matematico, poi si è diffusa l'idea di far seguire a questa dei corsi di pedagogia e/o psicologia. Fino a quando è nata, negli anni '80, la disciplina accademica didattica della matematica. A questo punto, gli esperti sono diventati gli studiosi di didattica (confondendo talvolta la didattica della matematica con la didattica generale). Spesso, in vari Paesi del mondo, questi esperti hanno proposto l'idea che la formazione dovesse, sì, avvenire dopo l'acquisizione di un titolo idoneo di studio ma che a questo dovesse seguire una formazione specifica almeno biennale in didattica della matematica (includendo laboratori sperimentali in aule reali, seguiti da docenti di scuola selezionati in base all'esperienza e conoscitori della didattica della matematica). Va ricordato esplicitamente che la didattica della matematica già ha incluso in sé stessa quegli elementi di base di pedagogia, psicologia, semiotica, filosofia eccetera necessari a chi deve, come professionista, insegnare matematica. Alcuni Paesi hanno seguito questa linea, come Francia e Italia; altri hanno preferito modificare la formazione stessa degli insegnanti, fin dagli esordi di base, cambiando la struttura dei corsi universitari, passando da una laurea in matematica che forma matematici alle "licenze in matematica", 10 semestri di studio che includono sì la formazione matematica ma anche la continua riflessione sugli aspetti didattici di questa, come il Messico e la Colombia.

Ma la base di tutto ciò, in entrambi i versanti, è stata sempre l'esperienza, il buon senso, i risultati di alcune ricerche: gli esperti, cioè i didatti della matematica, sulla base della loro buona fede e del buon senso, hanno creato questi percorsi (gli uni o gli altri), ma senza avere una solida base di ricerca specifica sul settore della formazione degli insegnanti.

Da qualche anno, invece, la voce "formazione degli insegnanti di matematica" è diventata un vero e proprio tema di ricerca specifica, tanto da costituire spesso una delle basi epistemologiche di ricerca

³. Scaricabile gratuitamente dal sito: http://die.udistrital.edu.co/publicaciones/concepciones_sobre_gestion_proceso_ensenanza_aprendizaje_cambios_estudiantes_para_profesor_ambientes_aprendizaje_fundamentados_resolucion_problemas

scientifico nella formazione dottorale. Questa linea è quella che ha spinto il dottor Ángel Bohórquez a scegliere il proprio tema di ricerca, che lo ha portato a vari anni di studio e di ricerca, e poi a conseguire un dottorato, presentare una tesi specifica e infine a scrivere questo libro che offre un'interessante testimonianza sulla sua attività di ricerca, fortemente intrecciata con l'esperienza di docente universitario in una "licenciatura".

Come in ogni vera attività di ricerca, preliminare a ogni presentazione è capire bene l'ambito nel quale essa si è svolta.

Ángel è professore titolare di un corso nell'ambito della "licenciatura en matemática". L'ambito nel quale insegna si chiama "risoluzione dei problemi", dunque i suoi studenti sono tutti inseriti in questo contesto. Lui agisce, dunque, proponendo problemi (problemi veri, non esercizi) abbastanza complessi, in modo che si mettano in atto strategie risolutive ma, soprattutto, che il gruppo dei suoi allievi discuta proprio di questo, delle strategie risolutive proposte, analizzate, accettate, infine messe in atto. Si suppone che un futuro docente di matematica sappia dominare e valutare le proposte che un giorno emergeranno dal lavoro dei suoi studenti in aula, con professionalità e non solo per intuizione, che abbia cioè raggiunto una vera competenza piena. Che cosa di meglio si può proporre, se non cominciare a esaminare le proprie proposte personali in modo critico?

Ma Ángel non si limita a questo; seguace della scuola di Alicante, creata dal collega e amico Salvador Llinares (che Ángel ha visitato durante la sua permanenza di studio e ricerca all'estero, partecipando ai lavori di ricerca del gruppo alicantino e sottoponendo ad analisi continua i risultati sperimentali e teorici della sua stessa ricerca), propone esplicitamente ai suoi studenti una meta-analisi, quella del ruolo del docente in aula e soprattutto della sua gestione dell'aula quando l'oggetto di studio è la matematica anzi, in modo più specifico, la risoluzione di problemi di matematica. Non si parla qui di gestione dal punto di vista burocratico o formale, ovviamente, ma di gestione come attività professionale, considerando il docente come un professionista che attua in una minisocietà che, in qualche modo, non solo istituzionalmente ma anche umanamente, dipende da lui, dalla sua gestione, dalla sua sensibilità, dalla sua cultura.

La gestione dell'aula è un tema non del tutto nuovo, dato che proprio la scuola di Alicante ha proposto tematiche di analisi e ricerca in questa direzione ben note nel contesto internazionale della ricerca in didattica della matematica (da qui la scelta ovvia del luogo della permanenza di studio all'estero). Ma non è finita qui; Ángel ha voluto indagare se e come gli studenti futuri docenti di matematica, grazie alla propria esperienza personale autoriflessiva, siano in grado di descrivere, in via preliminare, quel che intendono in fase iniziale con questo termine: "gestione della classe nelle ore di matematica"; e se, grazie all'attività didattica che vivono, come studenti, lungo il corso seguito siano in grado di riflettere, anzi di meta-riflettere, e cambino eventualmente opinione sul tema della gestione, fino a rendersene conto. In modo tale che, alla fine del percorso semestrale, riconoscano (o no) di aver cambiato opinione sull'idea di gestione. Ángel sfrutta a questo proposito ricerche già effettuate su temi simili, la formidabile idea di competenza proposta negli anni da Llinares, le metodologie di analisi tipiche della scuola di Alicante. E, per la metodologia di ricerca, si serve di quella di D'Amore - Fandiño Pinilla della coppia di lettere "prima - dopo" scritte dai singoli studenti, prima e dopo la durata del seminario semestrale, strumento che costringe lo studente (futuro docente) a riflettere sui suoi propri cambi.

Il risultato raggiunto e descritto in questo libro è eccellente e non potrà che costituire un tassello importante di base, d'ora in poi, nel campo della costruzione di strategie (accademiche e istituzionali) per la formazione dei futuri insegnanti di matematica.

Gli studenti accettano l'evidenza: seguendo la strada scelta dal loro docente Ángel, essi riescono a compiere analisi introspettive sulle modifiche avvenute in sé stessi, per esempio una definizione personale di gestione della classe quando il tema è l'apprendimento attraverso la risoluzione di problemi di matematica, e sui cambi a volte molto notevoli fra quelle che erano *prima* e sono *ora* le loro convinzioni personali.

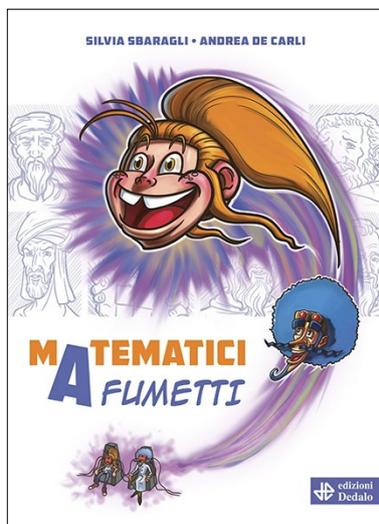
Arrivare a trasformare quello che sembra un percorso puramente sperimentale in una vera e propria ricerca scientifica anche teorica ha costretto Ángel a una difficile successione di scelte, definizioni, analisi, prese di posizione personali, per esempio quelle relative all'idea ancora così dibattuta e confusa di competenza e la coppia creencias/convicciones (credenze/convinzioni) che, fino a poco tempo fa, veniva affrontata in modo superficiale dai ricercatori e che invece costituisce in questa ricerca una chiave di volta di estremo interesse.

Auspico che questo libro possa finire fra le mani di coloro che istituzionalmente si occupano della formazione dei futuri insegnanti (di matematica, ma non solo) affinché le scelte anche amministrative possano essere prese in funzione dei sorprendenti e profondi risultati di ricerca raggiunti in questo lavoro.

Bruno D'Amore

Universidad Distrital Francisco José de Caldas,
Colombia

Sbaragli, S., & De Carli, A. (2021). *Matematici a fumetti*. Dedalo.



L'incontro tra la storia della matematica e il fumetto, come strumento attraverso cui raccontarla, rende unica e originale la nuova impresa editoriale di Silvia Sbaragli, didatta della matematica, e Andrea De Carli, illustratore e docente di arti visive. L'efficace collaborazione tra i due autori, che hanno unito le loro competenze e incrociato i loro sguardi, ha permesso di creare un connubio vincente tra matematica e fumetto. Le ultime pagine del libro raccontano proprio come nasce una storia, svelando qualche segreto e tecnica per invitare il lettore, e in particolare i docenti con i propri allievi, a creare fumetti nuovi attorno a un personaggio o a un aneddoto della storia della matematica.

Questa raccolta di fumetti si propone infatti come uno strumento didattico per supportare l'introduzione o l'acquisizione di concetti pregnanti della matematica di base per allievi del secondo e terzo ciclo della scuola dell'obbligo (8-14 anni). E, più in generale, la finalità di un tale progetto editoriale è quella di dare un volto umano a scoperte e teorie matematiche, che prendono vita tra queste pagine arricchendosi di un fascino storico e anche emotivo. Come si fa a non empatizzare con il distratto Talete che cade in un pozzo mentre è immerso nelle sue riflessioni, o a trattenere un sorriso guardando Archimede che corre nudo per le strade di Siracusa gridando «Eureka!»? E ancora, come si può non commuoversi leggendo il discorso di Maryam Mirzakhani, mentre riceve la medaglia Fields?

Si scoprono così interessanti dettagli della vita di alcuni dei più grandi matematici: Platone era anche un grande lottatore, Ippocrate aveva abbandonato la sua vita da mercante per dedicarsi totalmente alla matematica, Turing era un abilissimo maratoneta, ... tutte caratteristiche che rendono più vicini agli allievi del presente i matematici del passato, svelandone i lati più umani e intriganti.

È proprio ciò che accade a Ellie, la protagonista di questo libro. Ellie è una ragazzina che frequenta la scuola media ed è poco motivata a studiare matematica, a tal punto che, nel fumetto introduttivo, afferma: «La geometria è una barba assurda, nessun essere umano potrebbe avere inventato una cosa così noiosa». Lo esclama mentre implora suo zio Angelo, stravagante scienziato, perché la lasci giocare ai videogiochi invece di fare i compiti. Lo zio Angelo non demorde, anzi le mostra subito la sua nuova invenzione con la quale cercherà di farle cambiare idea sulla matematica: i fantasmagorici occhiali matematici virtuali, indossando i quali è possibile viaggiare nel tempo e nello spazio come proiezioni virtuali per "spiare" i momenti salienti della vita dei più grandi matematici della storia.

Così Ellie e Angelo iniziano un entusiasmante viaggio, percorrendo più di due millenni di storia, alla ricerca di venti importanti matematici: Didone, Talete, Pitagora, Socrate, Ippocrate, Platone, Euclide, Archimede, Ipazia, Al-Khwārizmī, Fibonacci, Pacioli (e Leonardo Da Vinci), Galileo, Euler, Gauss, Möbius, Cantor, von Neumann, Turing, e Mirzakhani.

Da ogni incontro, Ellie si porta a casa un messaggio; emblematico è il suo incontro con Pacioli da cui si allontana, osservando: «Beh, se perfino Leonardo Da Vinci ha avuto bisogno di aiuto per capire la matematica, allora non mi devo vergognare a chiedere una mano». Pian piano Ellie si appassiona ai temi matematici trattati e diventa sempre più curiosa e riflessiva. È questo l'atteggiamento che gli autori auspicano possa svilupparsi anche nel giovane lettore di questa raccolta di fumetti affinché, come si legge nella prefazione, la matematica possa diventare ai suoi occhi «sempre più affascinante, importante e utile».

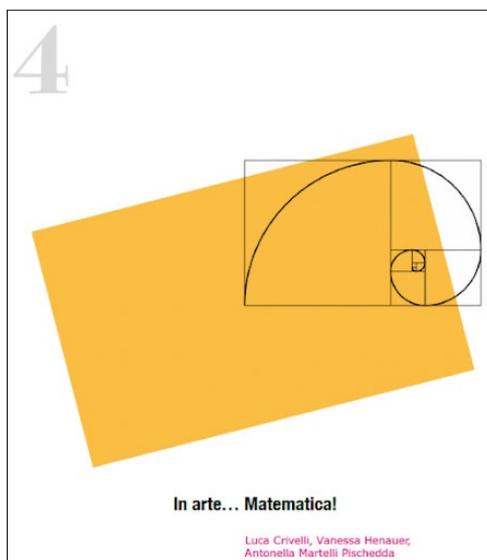
Con l'auspicio che l'atteggiamento positivo di Ellie nei confronti della matematica si diffonda in modo capillare, gli autori hanno inviato una copia cartacea gratuita in ogni scuola elementare e media del Canton Ticino, e hanno reso i singoli episodi scaricabili gratuitamente anche in versione digitale al seguente link: <http://www.matematicando.supsi.ch/index.php/materiali-didattici/fumetti-matematici/>. Si tratta, infatti, di uno strumento didattico fortemente raccomandabile a tutti i docenti: basti pensare, ad esempio, all'efficacia di studiare le relazioni tra area e perimetro di figure piane attraverso la leggenda di Didone; o alla sorpresa di lavorare in modo interdisciplinare tra matematica e musica, approfittando del fumetto di Pitagora.

Se ci si chiedeva come la storia della matematica potesse essere efficacemente integrata nella didattica, per rendere l'insegnamento e l'apprendimento di questa disciplina ancora più ricco e solido, ecco una proposta innovativa, concreta ed efficacemente utilizzabile nella pratica scolastica.

Monica Panero

Dipartimento formazione e apprendimento
SUPSI di Locarno, Svizzera

Crivelli, L., Henauer, V., & Martelli Pischcedda, A. (2021). *In arte... Matematica!* Collana Praticamente. DECS-SUPSI.⁴



Due mondi apparentemente lontani, due approcci per molti antitetici: arte e matematica, due facce della creatività umana, che permettono di vedere e capire meglio il nostro mondo, integrando intelligenze diverse della mente. La libertà e l'immaginazione dell'una, il rigore e la genialità dell'altra, attributi che spesso si scambiano e si confondono in un unico atto creativo. Quando poi questi mondi entrano insieme in classe, i bambini ne rimangono affascinati e si scoprono artisti con la voglia di capire quali sono le regole nascoste di questo gioco.

Ne sono ben consapevoli gli autori di questa pubblicazione, maestri che hanno portato nelle proprie classi la magia di questo incontro inaspettato tra discipline così diverse; dal loro lavoro nasce questo libretto, quarta uscita della collana *Praticamente* curata del Centro competenze didattiche della matematica (DDM) del Dipartimento formazione e apprendimento (DFA) della SUPSI (Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana), Canton Ticino.

L'intento del libro è di raccontare alcuni dei percorsi progettati, sviluppati e realizzati all'interno della scuola elementare e proposti anche in occasione del festival *Matematicando* (<http://www.matematicando.supsi.ch/index.php/2018/05/05/matematicando-festival-2018/>), nell'ottica di condividere, con i colleghi interessati, esperienze vissute nell'ambito di questo appassionante viaggio, facendo cogliere l'arte nella matematica e la matematica nell'arte.

Gli autori si ispirano al libro di Bruno D'Amore *Arte e matematica*, edito dalla casa editrice Dedalo, e traspongono nella realtà scolastica le riflessioni e i punti nodali che emergono da questa lettura, progettando attività che avvicinano anche i più piccoli a questa duplice visione della realtà. Si indossano allora gli "occhiali della matematica", che mostrano un mondo fatto di numeri e forme geometriche: un'operazione metaforica ideata da Silvia Sbaragli fin dal 1997, che permette ad esempio di far emergere la matematica da un'opera artistica. Non sempre l'operazione è evidente: a volte i numeri fuoriescono in modo chiaro e ben visibili anche agli occhi di bambini inesperti (come, ad esempio, nelle opere di Paolo Grassi), e la geometria è riconoscibile ad un primo sguardo (come nelle collezioni di Max Bill); altre volte, invece, la matematica si nasconde tra le linee marcate, nelle proporzioni sottese e ben studiate dall'artista, nella struttura intrinseca di un'opera, nel suo significato.

⁴ Anteprima disponibile a questo [Link](#).

I percorsi proposti in questo libro vogliono rendere attenti i bambini anche a ciò che non è immediatamente palese, e spronarli a cimentarsi in qualità di artisti che, a partire da numeri e forme, possono creare qualcosa di originale, unico, artistico.

Le proposte, dunque, sono quelle di usare la linea in tutte le tipologie geometriche viste in classe per ricreare opere di Kandinsky, Picasso o Calder, oppure tassellare superfici con figure geometriche di vario genere per immedesimarsi nel genio estroso di Escher, o ancora giocare con il concetto di parallelismo e perpendicolarità come faceva Mondrian, stupirsi davanti a numeri "magici" che si nascondono dietro ogni struttura perfettamente armoniosa.

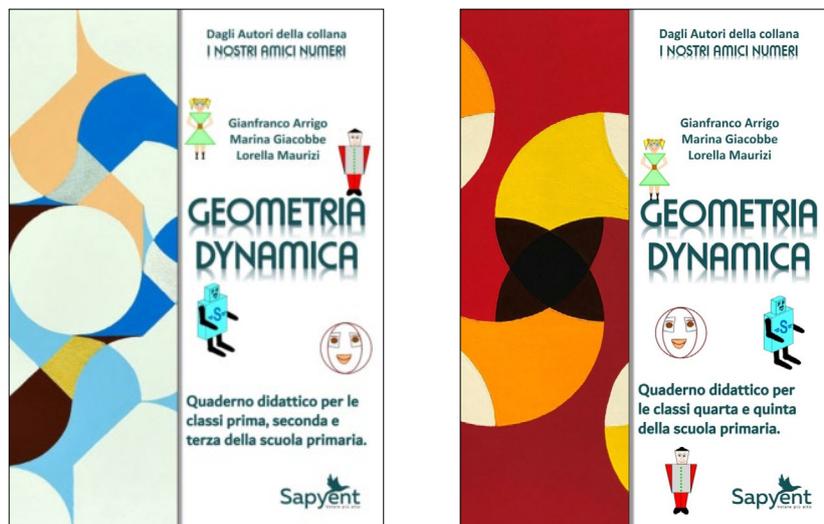
I bambini osservano, riproducono, creano e riflettono su tanti aspetti matematici e geometrici che spesso la scuola propone come realtà date, predefinite, con cui non si può interagire ma solo guardare da lontano.

L'arte diventa un mezzo per avvicinare i bambini al fantastico mondo della matematica e far toccare con mano alcuni fenomeni che acquistano un senso solo se visti e vissuti in prima persona. Ogni pagina e immagine (meravigliose le opere d'arte dei bambini!) di questo libro è una preziosa risorsa che ogni docente dalla scuola dell'obbligo (ma non solo dell'obbligo) dovrebbe sfruttare nella propria pratica di insegnamento, per far capire ai propri allievi che dietro ogni numero e ogni forma c'è un'opera d'arte!

Elena Franchini

Dipartimento formazione e apprendimento
SUPSI di Locarno, Svizzera

Arrigo, G., Giacobbe, M., & Maurizi, L. (2021). *Geometria dinamica*. Sapyent.



Dopo il successo ottenuto con una loro precedente pubblicazione destinata allo stesso livello scolastico, la scuola elementare, sul tema dell'aritmetica, questa volta i tre autori propongono, sempre per la casa editrice Sapyent, una coppia di quaderni dedicati alla geometria, un primo destinato alle classi I, II e III e un secondo alle classi successive.

Ma, così com'era già successo per i numeri, anche nel caso della geometria la scelta non è banale e scontata; sempre, nella tradizione, sia storica che didattica, prima si affronta la geometria per così dire statica, cioè delle figure in sé, mostrandone, scoprendone, studiandone, analizzandone le proprietà per così dire statiche, e poi si passa a quelle che la geometria ufficiale ha chiamato trasformazioni geometriche ma che molti autori, fra i quali i nostri, preferiscono chiamare geometria dinamica. In questo testo si tende a ribaltare un modo di fare tradizionale, il che spiega il titolo dell'opera. Grazie a divertenti personaggi di fantasia coinvolgenti, gli autori accompagnano i bambini a scoperte affascinanti spesso legate al reale; per esempio, la sfida a riconoscere, come prima attività (sì, proprio quella iniziale) fra diverse forme tridimensionali quali sono quelle che si possono individuare come scatole che rotolano facilmente, una sorta di introduzione dinamica e concreta alla descrizione delle forme. Voglio notare che, in attività analoghe diffuse qualche tempo fa, alcuni autori storpiavano l'idea di figura di rotazione (cilindro, cono, sfera, per esempio) con la dizione strampalata figure che rotolano, confondendo la rotazione geometrica con aspetti fisici e dinamici legati al mondo della realtà empirica. Mi spiego meglio. Un cilindro è il solido tridimensionale che si ottiene facendo ruotare un rettangolo attorno alla retta che contiene uno dei propri lati; il rettangolo ruota, *non* rotola. La figura che si ottiene è detta "di rotazione", non oggetto "rotolante". In questo quaderno ciò non capita. L'idea iniziale è subito illustrata fin dalle analisi dei rapporti fra i poliedri e le forme delle facce che li costituiscono e li delimitano, come la didattica degli ultimi trent'anni ha più volte tentato di suggerire. In altre parole, si è più volte spiegato ai docenti di scuola elementare che, poiché i bambini piccoli vedono meglio la tridimensionalità che la bidimensionalità, bisogna stravolgere la modalità espositiva classica euclidea, iniziando dagli oggetti cosiddetti solidi, per giungere ai piani e non viceversa. Qui l'idea è raccolta e seguita. Seguono giochi vari di riconoscimento, di descrizione, di composizione, di denominazione, di costruzione con cannucce, fino a giungere alle figure più comuni e più note, ma anche le più studiate: il cubo, i poliedri, i prismi, le piramidi, il disegno prospettico grazie a fogli punteggiati, la simmetria, il trapezio. Fra le simmetrie, quella assiale prima e quella centrale poi, la scoperta della simmetria in oggetti, figure, lettere, cifre. E finalmente, alla fine del I volume, dunque

alla fine della classe terza, arrivano le vere e proprie trasformazioni geometriche: le traslazioni, per continuare nel secondo volume, e dunque in quarta, con attività dimensionali approfittando anche di ben noti e diffusi giochi. Si passa poi a oggetti geometrici di un certo impegno, come gli angoli, e a figure piane tradizionali, come i triangoli; per passare alla circonferenza e al cerchio, alle loro misurazioni, all'uso di strumenti geometricamente appropriati troppo spesso dimenticati. Ottima l'idea di proporre le rotazioni, il che porta a costruzioni geometriche con riga e compasso, strumenti stupidamente scomparsi dalle nostre aule. Troviamo poi le similitudini con le opportune proprietà. Per tornare allo studio topologico dei poliedri, come la formula di Eulero. Ed ecco il cilindro, il cono, la sfera, tipiche figure tridimensionali di rotazione. E l'analisi di misure relative a aree, perimetri e volumi. I poligoni regolari hanno una loro sezione specifica alla fine del percorso.

Eccellente l'idea di ricorrere all'opera del formidabile artista italiano Lorenzo Bocca per mostrare la relazione eccellente fra geometria e arte figurativa. Lorenzo in questo campo è un vero creatore, come mostrano le sue opere e come ha più volte esemplificato nelle sue mostre, tra le quali mi piace ricordare la personale tenuta nella galleria Comunale di Arte Contemporanea di Castel San Pietro Terme nel giugno 2018 (con testo critico di presentazione in catalogo del sottoscritto, testo usato poi anche in altre mostre personali).

Un testo così ricco di immagini, figure e disegni, con pochissimo testo scritto, parecchie decine di proposte di esercizi e problemi da risolvere, dovrebbe riscuotere un deciso successo presso i docenti di scuola elementare, soprattutto quelli che sentono il bisogno di dare uno scossone notevole alla didattica della geometria, troppo spesso ancorata a metodologie stantie e povere di fantasia.

Bruno D'Amore

Universidad Distrital Francisco José de Caldas,
Colombia